Printed Pages – 6

21088

B. Sc. (First Year) Examination, 2021

(New Course)

MATHEMATICS

Paper : First

(Algebra Trignometry)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 40

नोट *: सभी खण्ड निर्देशानुसार हल कीजिए।*

Note: *Attempt all section as directed.*

खण्ड-अ

Section-A

(लघु उत्तरीय प्रश्न) **5×3=15**

(Short Answer Type Questions)

नोट *: सभी* ***पाँच*** *प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है।*

Note: *Attempt all* ***five*** *questions. Each question carries 3 marks.*

1. आव्यूह की जाति एवं रिक्तता (शून्यता) ज्ञात कीजिए—

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

Find the rank and nullity of the matrix :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

अथवा

Or

downloaded from StudentSuvidha.com

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

आव्यूह $A=\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ का अभिलाक्षणिक बहुपद, अभिलाक्षणिक समीकरण एवं अभिलाक्षणिक मूल ज्ञात कीजिए।

Find the characteristics polynomial, characteristics equation and characteristic roots of the matrix A, where

$$A=\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

2. निम्नलिखित समीकरण के विकास को पूर्णत: हल कीजिए—

$x+3y-2z=0,\ 2x-y+4z=0,\ x-11y+14z=0$

Solve completely the system of equations :

$x+3y-2z=0,\ 2x-y+4z=0,\ x-11y+14z=0$

अथवा

Or

दर्शाओ की आव्यूह $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ कैली-हैमिल्टन प्रमेय को सन्तुष्ट करते हैं।

Show that the following matrix satisfy Cayley-Hamilton theorem :

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

3. वह समीकरण बनाइये जिसके मूल $-3, -1$ और $5/3$ हों।

Form the equation whose roots are $-3, -1, 5/3$.

अथवा

Or

downloaded from StudentSuvidha.com

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल $x^4+3x^3-6x^2+2x-4=0$ के मूलों के व्युत्क्रमों के दोगुने हैं।

Find the equation whose roots are twice the reciprocals of the roots of

$$x^4+3x^3-6x^2+2x-4=0$$

4. निम्न फलन के लिए बहुपद जाल की रचना कीजिए—

$$a\left[c\cdot(x+y)+b\cdot d\cdot e\right]+r\cdot t(p+q\cdot z)$$

Draw polynomial net for the function :

$$a\left[c\cdot(x+y)+b\cdot d\cdot e\right]+r\cdot t(p+q\cdot z)$$

अथवा

Or

बूलीय बीजगणित $(B,+,\cdot)$ में किसी अवयव $a\in B$ के लिए सिद्ध करो कि—

(a) $a+a=a$ (b) $a\cdot a=a$

For every element $a\in B$ in a Boolean algebra $(B,+,\cdot)$ prove that :

(a) $a+a=a$ (b) $a\cdot a=a$

5. $1+i$ को ध्रुवीय रूप में लिखिए।

Express $1+i$ in the polar form.

अथवा

Or

$\cos^{10}\theta$ को कोज्या श्रेणी में θ के गुणज को विस्तार कीजिए।

Express $\cos^{10}\theta$ in a series of cosines multiples of θ.

downloaded from StudentSuvidha.com

खण्ड-ब

Section-B

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न) **5×5=25**

(Long Answer Type Questions)

***नोट** : सभी **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।*

***Note:** Attempt all **five** questions. Each question carries 5 marks.*

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

6. यदि λ एक व्युत्क्रमणीय आव्यूह A का अभिलाक्षणिक मान है तो दिखाइये कि $\frac{|A|}{\lambda}$ आव्यूह adj A का अभिलाक्षणिक मान है।

If λ is the eigen value of an inversible matrix A, then show that $\frac{|A|}{\lambda}$ is the eigen value of adj A.

अथवा

Or

आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 & -4 \\ 3 & 1 & 3 & -2 \\ 6 & 3 & 0 & -7 \end{bmatrix}$ को प्रसामान्य रूप में बदलिए तथा उसकी जाति तथा शून्यता ज्ञात कीजिए।

Deduce the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 & -4 \\ 3 & 1 & 3 & -2 \\ 6 & 3 & 0 & -7 \end{bmatrix}$ to its normal form and hence find its rank and nulity.

7. कैले हैमिल्टन प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove Cayley-Hamilton theorem.

अथवा

Or

आव्यूह विधि से निम्न समीकरणों का हल ज्ञात कीजिए—

$x+2y+3z=14,\ 3x+y+2z=11,\ 2x+3y+z=11$

Solve the following equations using matrix methods :

$x+2y+3z=14,\ 3x+y+2z=11,\ 2x+3y+z=11$

8. यदि त्रिघात समीकरण $x^3+px^2+qx+r=0$ के मूल α, β, γ हों, तो $\frac{\beta^2+\gamma^2}{\beta+\gamma}+\frac{\gamma^2+\alpha^2}{\gamma+\alpha}+\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha+\beta}$ का मान ज्ञात कीजिए।

downloaded from StudentSuvidha.com

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

If α, β, γ be the roots of the cubic equation $x^3 + px^2 + qx + r = 0$, then find the value of

$$\frac{\beta^2+\gamma^2}{\beta+\gamma} + \frac{\gamma^2+\alpha^2}{\gamma+\alpha} + \frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha+\beta}$$

अथवा

Or

α, β, γ समीकरण $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ के मूल है तो वह समीकरण प्राप्त कीजिए जिसके मूल है—

$$\beta^2+\beta\gamma+\gamma^2,\ \gamma^2+\gamma\alpha+\alpha^2,\ \alpha^2+\alpha\beta+\beta^2$$

If α, β, γ be the roots of the equation $x^3 + px^2 + qx + r = 0$, find the equation whose roots are

$$\beta^2+\beta\gamma+\gamma^2,\ \gamma^2+\gamma\alpha+\alpha^2,\ \alpha^2+\alpha\beta+\beta^2$$

9. सिद्ध कीजिए बूलीय बीजगणित $B\left(+,\cdot,'\right)$ में किन्हीं दो अवयवों a तथा b के लिए

(i) $(a+b)' = a' \cdot b'$ तथा (ii) $(a \cdot b)' = a' + b'$

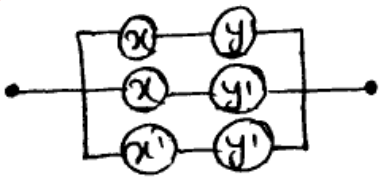
Prove that in a Boolean algebra $B\left(+,\cdot,'\right)$, for any two elements a and b

(i) $(a+b)' = a' \cdot b'$ and (ii) $(a \cdot b)' = a' + b'$

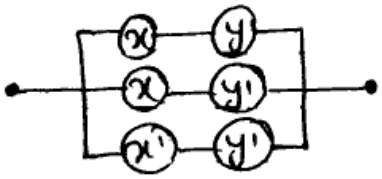
अथवा

Or

निम्नांकित आरेख के तुल्य सरल परिपथ का निर्माण कीजिए और सत्यमान तालिकाओं से तुल्य परिपथों का सत्यापन भी कीजिए।



Draw a simple circuit for the following diagram and verify equivalen circuits by truth table.



downloaded from StudentSuvidha.com

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

10. व्यंजक $\tan^{-1}(\cos\theta + i\sin\theta)$ के वास्तविक एवं अधिकल्पित भागों को अलग कीजिए।

Separate into its real and imaginary parts the quantity $\tan^{-1}(\cos\theta + i\sin\theta)$.

अथवा

Or

x की आरोही घातों की श्रेणी में $e^{ax}\sin bx$ का प्रसार कीजिए।

Expand $e^{ax}\sin bx$ in a series of ascending powers of x.

downloaded from StudentSuvidha.com

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com